

Kernfunktionsbasierte Vorhersagen unter Einbeziehung von Gradienten und Co-Variablen¹

Schritte zur Verallgemeinerung linearer Vorhersagen

Am Institut für Markscheidewesen und Geodäsie der TU Bergakademie Freiberg werden seit vielen Jahren Forschungsarbeiten auf dem Gebiet der Geomodellierung durchgeführt, die im Zeitraum 1993–1997 durch das Leibniz-Programm der DFG gefördert worden sind. Ein wesentliches Ziel dieser Forschungsarbeiten besteht darin, die geostatistischen Vorhersageverfahren so auszubauen, daß die vielfältigen markscheiderisch-geologisch-geophysikalischen Informationen, die aus Erkundung und aus fachwissenschaftlichen Vorkenntnissen vorliegen, gemeinsam verarbeitet werden können. Mit der Lösung dieser Aufgabenstellung soll schließlich erreicht werden, daß der Geologe ein leistungsfähiges Arbeitsinstrument für den interaktiven Modellierungsprozeß erhält.

Im Zusammenhang mit der Entwicklung eines solchen verallgemeinerten Vorhersageverfahrens sind verschiedene Forschungsabschnitte zu nennen. In [1]² wird ein Verfahren zur Diskussion gestellt, daß die gemeinsame Auswertung von Stützwerten und Gradienten unter geostatistischen Modellannahmen vorsieht. Es wurde als universelles Co- und Gradienten-Kriging mit Filterung bezeichnet. Die Eignung dieses Verfahrens wurde in der Dissertation RÖTTIG [9] nachgewiesen. Prinzipiell entspricht es dem von RENARD und RUFFO [7] vorgestellten Gradienten-Kriging.

Ein weiterer Schritt zur Verallgemeinerung ist die Einbeziehung von Vorkenntnissen zum Trend beim BAYESSchen Kriging [5]. In dieser Arbeit wird außerdem gezeigt, daß Universal-Kriging und die aus der Ausgleichsrechnung bekannte Kollokation zu identischen Ergebnissen führen. Ausgehend von den Analogien zwischen Ausgleichsrechnung und Geostatik wird die Kollokation im BAYESSchen Sinne erweitert [6]. Gleichzeitig wird die Berücksichtigung von Gradienten und Co-Variablen vorgesehen.

Bemerkenswert ist, daß dieses Verfahren auch dann eingesetzt werden kann, wenn nur zu einigen der Parameter der Trendfunktion Vorkenntnisse vorliegen. In dieser Ausstattung wird damit ein sehr breites Spektrum linearer geostatistischer Modelle erfaßt, das sich je nach dem Grad der Vorkenntnisse zwischen den beiden Extremen, Simple-Kriging und Universal-Kriging, bewegt, bei denen einerseits vollständige oder andererseits gar keine Vorkenntnisse zum Trend vorausgesetzt werden. Aus der Transformation des auf Gradienten und Co-Variable erweiterten BAYESSchen Krigings [2] in das Regelwerk der Ausgleichsrechnung [6] wird transparent, wie im Falle nicht-linearer Trends zu arbeiten wäre.

In den Forschungsarbeiten der letzten 5 Jahre sind diese hier aufgeführten verallgemeinerten Vorhersageverfahren für die praktische Anwendung entsprechend aufbereitet worden. Sie werden in einem Programmpaket GEOSTATISTIK – KOLLOKATION, das den Namen SAFARI trägt, über das www einem breiten Nutzerkreis zur Verfügung stehen. Wie in unserer Arbeit gezeigt wird, können die Verfahren überall dort eingesetzt werden, wo ortsabhängige Merkmale zu untersuchen sind, für die das sogenannte Signal-, Trend- plus Rauschen-Modell, das auch beim Universal-Kriging verwendet wird, geeignet ist. Ausgewiesen werden können für jede Vorhersagestelle im Raumreich des Merkmals Schätzwerte für Trend- und Signalanteil sowie die entsprechenden Schätzvarianzen mit Angaben zur BAYES-Verbesserung durch Vorkenntnisse. Die damit erreichte Ausbaustufe linearer geostatistischer Modelle stellt bereits einen sehr allgemeinen Rahmen dar.

In der Veröffentlichung [4] wird nun diese eben beschriebene Welt der linearen geostatistischen Modelle als eine Teilmenge kernfunktionsbasierter Vorhersagen betrachtet, die dadurch gekennzeichnet ist, daß die Kovarianz- bzw. Variogrammfunktion als die besondere Kernfunktion gewählt wird. Andererseits werden kernfunktionsbasierte Vorhersagemethoden, wie beispielsweise die Multiquadratische Methode, unter geostatistischen Modellannahmen bewertet. Das heißt, es wird gezeigt, wie diese Vorhersagen von den geostatistischen Vorhersagen mit minimaler Varianz abweichen können. Zu den Schätzwerten werden Schätzvarianzen bereitgestellt. Es wird ausgewiesen, wie groß die Schätzvarianzverbesserung ist, wenn statt dessen eine geostatistische Vorhersage gemacht wird. Schließlich zeigt die Analyse von Kernfunktionen unter geostatistischem Zugang, wie sich kernfunktionsbasierte Verfahren weiter ausbauen lassen, so daß beispielsweise sogenannte Störgrößen bei der Vorhersage eliminiert werden können und unterschiedliche Reichweiten der Nachbarschaftsbeeinflussung ihre Berücksichtigung finden.

Aufgabenstellung

Im Rahmen dieser Arbeit soll nun betrachtet werden, wie die in [4] behandelten kernfunktionsbasierten Vorhersagen zu erweitern sind, so daß auch Gradienten und Co-Variable mit in die Auswertung einbezogen werden können. Außerdem soll in dieser Arbeit auf weitere sinnvolle Kernfunktionen hingewiesen werden. Schließlich wird an Beispielen gezeigt, wie die erweiterten Verfahren arbeiten und mit welchen Vorhersagefehlern gerechnet werden muß.

Konzept zur Erweiterung des Verfahrens für die Berücksichtigung von Gradienten

Es wird nun angenommen, daß von einem zu untersuchenden Merkmal z an verschiedenen Stellen x_i mit $i = 1(1)n$ Stützwerte

¹ Eingegangen am 12. Dezember 1997.

² Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf den Quellennachweis am Schluß des Aufsatzes.

z gemessen worden sind, die im Stützvektor $\mathbf{z}$ zusammengefaßt werden können.

$$\mathbf{z}^T = (z_1, \dots, z_n). \quad (1)$$

Andererseits seien an den Stellen $\mathbf{x}_j$ mit $j = 1(1)p$ Gradienten $\Delta \mathbf{z}_j$ bekannt, die bei der Vorhersage mit berücksichtigt werden sollen:

$$\Delta \mathbf{z}_j = (z_{0j}, z_{1j})^T. \quad (2)$$

Ihre Komponenten werden ebenfalls in Vektoren $\mathbf{z}_0$ und $\mathbf{z}_1$ zusammengefaßt.

$$\mathbf{z}_0^T = (z_{01}, \dots, z_{0p}), \quad (3)$$

$$\mathbf{z}_1^T = (z_{11}, \dots, z_{1p}). \quad (4)$$

Dabei wird nicht gefordert, daß die Meßstellen $\mathbf{x}_i$ und $\mathbf{x}_j$ zusammenfallen müssen.

Bei der Ableitung des Interpolationsverfahrens wird wieder zu trendfreien Meß- und Schätzwerten übergegangen. Nach der verallgemeinerten Methode der kleinsten Quadrate (MKQ) erhält man im Unterschied zu [4] nun aus den in $\mathbf{z}$ zusammengefaßten Stützvektoren und Gradienten die Parameter der Trendfunktion

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \hat{\mathbf{F}}^T \tilde{\mathbf{C}}^{-1} \tilde{\mathbf{z}} \quad (5)$$

und deren Kovarianzmatrix

$$\hat{\mathbf{F}} = (\tilde{\mathbf{F}}^T \tilde{\mathbf{C}}^{-1} \tilde{\mathbf{F}})^{-1}. \quad (6)$$

Dabei sind

$$\tilde{\mathbf{z}}^T = (\mathbf{z}^T, \mathbf{z}_0^T, \mathbf{z}_1^T), \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{zz} & \mathbf{C}_{z_0z} & \mathbf{C}_{z_1z} \\ \mathbf{C}_{z_0z} & \mathbf{C}_{z_0z_0} & \mathbf{C}_{z_0z_1} \\ \mathbf{C}_{z_1z} & \mathbf{C}_{z_1z_0} & \mathbf{C}_{z_1z_1} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{F}}^T = (\mathbf{F}^T, \mathbf{F}_0^T, \mathbf{F}_1^T) \quad (9)$$

und

$$\mathbf{f}_0^T = \mathbf{f}_1^T. \quad (10)$$

Damit lassen sich die trendfreien Werte

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}} = \tilde{\mathbf{z}} - \tilde{\mathbf{F}} \hat{\boldsymbol{\mu}} \quad (11)$$

sowie

$$\hat{\mathbf{z}}_0 - \hat{\boldsymbol{\xi}}_0 = \tilde{\mathbf{f}}_0^T \hat{\boldsymbol{\mu}} = \mathbf{f}_0^T \hat{\boldsymbol{\mu}} \quad (12)$$

berechnen.

Unter Benutzung sogenannter Kernfunktionen q wird zwischen den trendreduzierten Meßwerten interpoliert. Die Kernfunktionen sind abhängig von den Koordinatenunterschieden

$$\mathbf{x}_i' = (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_i - \mathbf{y}_0) \quad (13)$$

zwischen den Punkten des Raumbereiches, in dem das Merkmal z definiert ist. Darüber hinaus können die Kernfunktionen durch Modellparameter beeinflußt werden, wie zum Beispiel durch den Glättungsfaktor g bei der Multiquadratischen Methode:

$$q = q_u = q(\mathbf{x}_u) = \sqrt{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0)^2 + (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_0)^2 + g^2}. \quad (14)$$

Mit den Kernfunktionen erhält man den gesuchten Schätzwert $\hat{\xi}_0$ an einer Stelle $\mathbf{x}_0$ aus der Linearkombination

$$\hat{\xi}_0 = \mathbf{q}_0^T \mathbf{a}, \quad (15)$$

wobei $\mathbf{a}$ ein noch unbekannter Gewichtsvektor ist:

$$\mathbf{a}^T = (a_1, \dots, a_n). \quad (16)$$

Er läßt sich aus den gemessenen und trendreduzierten Stützvektoren $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ bestimmen, wenn für diese zu (15) analoge Beziehungen

$$\xi_i = \mathbf{q}_i^T \mathbf{a} \text{ mit } i = 1, \dots, n \quad (17)$$

oder

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{Q} \mathbf{a} \text{ mit } \mathbf{Q} = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n)^T \quad (18)$$

aufgestellt werden. Man erhält

$$\mathbf{a} = \mathbf{Q}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\xi}} \quad (19)$$

und kann damit nach (15) den Schätzwert berechnen:

$$\hat{\xi}_0 = \mathbf{q}_0^T \mathbf{Q}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\xi}}. \quad (20)$$

In diesen Formeln bezeichnen $\mathbf{q}_0$ und $\mathbf{q}_i$ die Vektoren der Kernfunktionen, die wie folgt gebildet worden sind:

$$\mathbf{q}_0^T = (q_{01}, \dots, q_{0n}) \text{ und } \mathbf{q}_i^T = (q_{i1}, \dots, q_{in}). \quad (21)$$

Für die in (18) eingeführte Matrix der Kernfunktion kann auch geschrieben werden

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{n1} & q_{n2} & \dots & q_{nn} \end{pmatrix} = \mathbf{Q}_{nn}. \quad (22)$$

Sie umfaßt die Kernfunktionen von allen Kombinationen zwischen den Punkten des Raumbereiches, an denen Stützvektoren gemessen worden sind. Dagegen enthält der Kernfunktionsvektor $\mathbf{q}_0$ die Kernfunktionen von allen Punktkombinationen zwischen $\mathbf{z}_0$ und $\mathbf{z}$. Man könnte deshalb $\mathbf{q}_0$ auch mit $\mathbf{q}_{00}$ bezeichnen.

Wenn nun neben den Stützvektoren $\mathbf{z}$ auch die Gradienten, genauer die partiellen Ableitungen $\mathbf{z}_0$ und $\mathbf{z}_1$, mit in die Vorhersage einbezogen werden sollen, dann müssen die Formeln (15) bis (19) auch durch die entsprechenden partiellen Ableitungen nach den Koordinatenunterschieden in x und y erweitert werden.

Die erweiterten Formeln für diesen Fall sind wie folgt:

$$\hat{\xi}_0 = \tilde{\mathbf{q}}_0^T \tilde{\mathbf{a}}, \quad (23)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}}_0 = \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{a}}, \quad (24)$$

$$\hat{\xi}_0 = \tilde{\mathbf{q}}_0^T \tilde{\mathbf{Q}}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\xi}}. \quad (25)$$

Dabei sind

$$\tilde{\mathbf{q}}_0^T = (\mathbf{q}_{01}, \mathbf{q}_{02}, \mathbf{q}_{03}, \mathbf{q}_{04}, \mathbf{q}_{05}), \quad (26)$$

$$\tilde{\mathbf{a}}^T = (a_1, \dots, a_n, a_{x1}, \dots, a_{xp}, a_{y1}, \dots, a_{yp}), \quad (27)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}}^T = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5) \quad (28)$$

und

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{zz} & \mathbf{Q}_{z_0z} & \mathbf{Q}_{z_1z} \\ \mathbf{Q}_{z_0z} & \mathbf{Q}_{z_0z_0} & \mathbf{Q}_{z_0z_1} \\ \mathbf{Q}_{z_1z} & \mathbf{Q}_{z_1z_0} & \mathbf{Q}_{z_1z_1} \end{pmatrix}, \quad (29)$$

Aus (11), (12) und (25) ergibt sich schließlich

$$\hat{\xi}_0 = \tilde{\mathbf{q}}_0^T \tilde{\mathbf{Q}}^{-1} (\tilde{\mathbf{z}} - \tilde{\mathbf{F}} \hat{\boldsymbol{\mu}}) + \mathbf{f}_0^T \hat{\boldsymbol{\mu}}. \quad (30)$$

Die Endformel (30) für eine kernfunktionsbasierte Vorhersage an einer Stelle $\mathbf{x}_0$ des Raumbereiches hat wieder die einfache aus der Kollokation bekannte Struktur. Für die Berechnung der Elemente von $\tilde{\mathbf{q}}_0$, $\tilde{\mathbf{Q}}$ und $\tilde{\mathbf{C}}$ wird in unserer Software die numerische Differentiation benutzt. Auf diese Weise wird die Arbeit mit unterschiedlichen Kern- und Kovarianzfunktionen sehr erleichtert. Als Trendfunktionen werden Polynome bis zur 3. Ordnung zugelassen.

Zur Berücksichtigung von Co-Variablen

Liegen Meßwerte von einem weiteren Merkmal w vor, die ebenfalls in einem Meßwertvektor zusammengefaßt werden, und bestehen Analogien zwischen w und dem zu untersuchenden Merkmal z , dann können diese auch bei kernfunktionsbasierten Vorhersagen entsprechend berücksichtigt werden. Die Formeln zur Bearbeitung dieses Falls sind wie folgt:

$$\hat{\zeta}_o = \hat{q}_o^T \hat{a}, \quad (31)$$

$$\hat{\zeta} = \hat{Q} \hat{a}, \quad (32)$$

$$\hat{\zeta}_o = \hat{q}_o^T \hat{Q}^{-1} \hat{\zeta}, \quad (33)$$

wobei die verwendeten Größen durch

$$\hat{q}_o^T = (q_{oz}^T, q_{ow}^T), \quad (34)$$

$$\hat{a}^T = (a_z^T, a_w^T), \quad (35)$$

$$\hat{\zeta}^T = (\zeta_z^T, \zeta_w^T), \quad (36)$$

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} Q_{zz} & Q_{zw} \\ Q_{wz} & Q_{ww} \end{pmatrix} \quad (37)$$

festgelegt sind. Mit den folgenden Größen

$$\bar{z}^T = (z^T, w^T), \quad (38)$$

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} Fz & 0 \\ 0 & Fw \end{pmatrix} \quad (39)$$

$$\hat{\mu}^T = (\mu_z^T, \mu_w^T), \quad (40)$$

$$\hat{f}_o^T = (f_{oz}^T, f_{ow}^T) \quad (41)$$

ergibt sich schließlich für diesen Fall die Vorhersage an einer Stelle x_o aus

$$\hat{\zeta}_o = \hat{q}_o^T \hat{Q}^{-1} (\bar{z} - \bar{F} \hat{\mu}) + \hat{f}_o^T \hat{\mu}. \quad (42)$$

Im Falle von Co-Variablen und Gradienten werden die abgeleiteten Formeln entsprechend kombiniert. Die von uns entwickelte Software ist auf diesen sehr allgemeinen Fall ausgerichtet worden und gestattet darüber hinaus noch die Berücksichtigung BAYESScher Vorkenntnisse zum Trend nach [5, 6]. Sie liefert vielfältige Angaben zur Einschätzung der Genauigkeit der Vorhersagen.

Beispiel zur Multiquadratischen Methode für Stützwerte und Gradienten

Mit einem Anschauungsbeispiel zur Berücksichtigung von Gradienten bei der Multiquadratischen Methode, einer sehr beliebten kernfunktionsbasierten Methode, sollen die Betrachtungen abgeschlossen werden. Dazu wird der von RÖTTIG [8] benutzte Datensatz verwendet, der bereits mit Gradienten-Kriging ausgewertet worden ist. Dieser Datensatz aus einem 1 km² großen Testfeld wird über das www bereitgestellt. Benutzt wird die in (14) angegebene Kernfunktion mit einem Glättungsfaktor von $g = 50$ m. In [4] wird gezeigt, daß diese sehr willkürlich gewählte Kernfunktion einer Variogrammfunktion

$$\sigma(s) = \begin{cases} 0 & \text{für } s = 0; \text{ sonst} \\ \sigma_R^2 + \sigma_i^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{s^2}{a^2}\right) \right) & \end{cases} \quad (43)$$

mit den Parametern

$$\sigma_R^2 = (7 \text{ m})^2, \quad \sigma_i^2 = \sigma^2 - \sigma_R^2 = (13 \text{ m})^2, \quad a^2 = (150 \text{ m})^2 \quad (44)$$

sehr gut entspricht.

Aus den Daten selbst wurden dagegen für diese Parameter die Werte

$$\sigma_R = 0,5 \text{ m}, \quad \sigma_i = 3,5 \text{ m}, \quad a = 250 \text{ m} \quad (45)$$

bestimmt [9]. Sie gehen in die Variogramm- bzw. Kovarianzfunktion ein, die für die Genauigkeitsaussagen maßgebend ist.

In Bild 1 wird die mit der Kernfunktion (14) bei $g = 50$ m erhaltene Interpolationsfläche vorgestellt. Das Bild 2 zeigt die Isolinen der Abweichungen dieser Flächen von einer optimalen geostatistischen Vorhersage mit den Modellparametern (45). In Bild 2 wird in der Bildmitte eine Stelle x_o durch einen Stern markiert. Die Software liefert für jede Stelle die in [4] ausführlich abgeleiteten Schätzwerte und Schätzvarianzen. Für die markierte Stelle x_o ergeben sich als Schätzwerte für

$$\text{Trend } \hat{n}_o = 106,9 \pm 1,3 \text{ m},$$

$$\text{Signal } \hat{s}_o = 1,6 \pm 1,4 \text{ m},$$

$$\hat{z}_o = \hat{n}_o + \hat{s}_o = 108,5 \pm 1,0 \text{ m}.$$

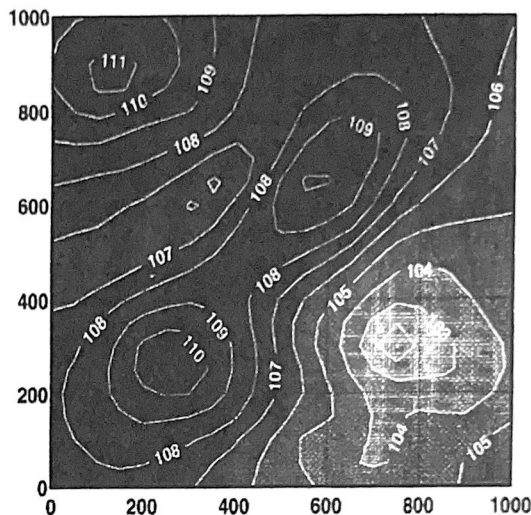


Bild 1. Anschauungsbeispiel zur Berücksichtigung von Gradienten bei der Multiquadratischen Methode (MQM mit $g = 50$ m); Zahlenangaben in Meter; Datensatz aus [8].

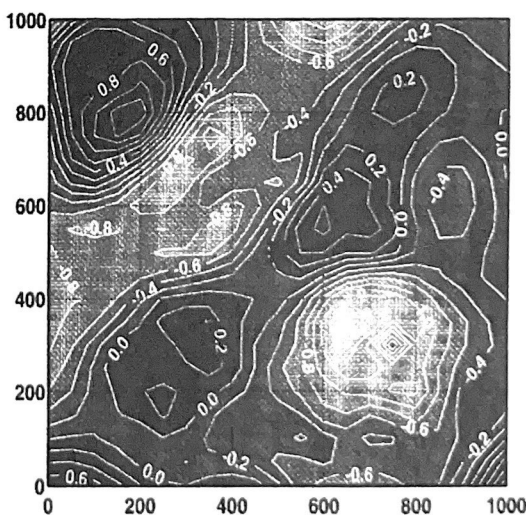


Bild 2. Isolinen der Abweichung der MQM mit $g = 50$ von der optimalen Vorhersage durch Kriging; Zahlenangaben in Meter.

Die optimale geostatistische Vorhersage liefert

$$\hat{z}_0 = 108,6 \pm 0,7 \text{ m.}$$

Aus der Streuung der Differenz zwischen Multiquadratischer (MQM) und geostatistischer Vorhersage (Kriging) ergibt sich an dieser Stelle ein mittlerer Fehler von

$$f(MQM - Kriging) = \pm 0,7 \text{ m.}$$

Zur weiteren Veranschaulichung der Unterschiede zwischen MQM und Kriging sollen auch die in Bild 3 dargestellten Fehlerkurven dienen. Sie zeigen die in diesem Fallbeispiel zu erwartenden theoretischen Fehler für MQM und Kriging (KGG), wenn die Meßstellen von den Vorhersagestellen im Abstand s angeordnet werden.

Darüber hinaus werden in Bild 3 zur Demonstration der Güte der Modellanpassung die Kurven für die sogenannten

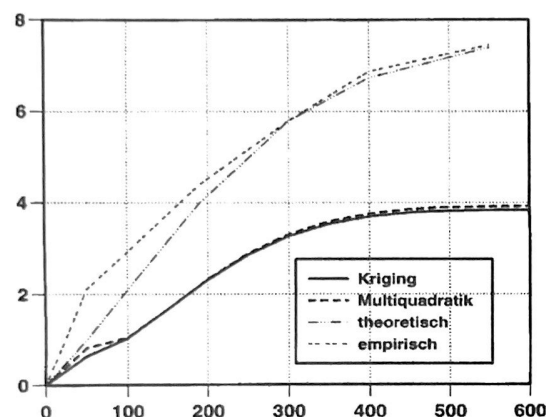


Bild 3. Fehlerkurven für die zu erwartenden Abweichungen der MQM ($g = 50 \text{ m}$) und des Krigings von den wahren, aber unbekannten Werten der Realisierung in der Natur für einen Abstand s von den Meßstellen; „empirische“ und theoretische Fehler der Differenzen zwischen MQM ($g = 5 \text{ m}$) und Kriging nach der Modellanpassung; Zahlenangaben in Meter.

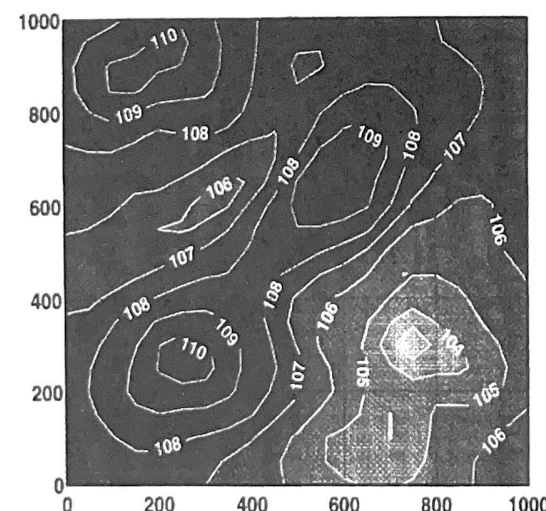


Bild 4. Anschauungsbeispiel, modelliert mit der inversen multiquadratischen Methode ($g = 90 \text{ m}$); Zahlenangaben in Meter.

„empirischen und theoretischen Fehler der Differenzen Δ zwischen den Schätzwerten der zwei unterschiedlichen Vorhersageverfahren dargestellt:

$$\Delta = (MQM(g = 5 \text{ m}) - KGG). \quad (46)$$

Diese Fehlerkurven bilden die Basis für das erweiterte Back-fitting nach MENZ [3], das für die Ableitung der Modellparameter aus Gradienten konzipiert worden ist. Die Modellparameter sind gut gewählt, wenn die beiden Kurven koinzidieren. In diesem Fall dürfen damit Genauigkeitsmaße berechnet werden. Für die Modellanpassung braucht man große Differenzen. Deshalb wurde für g der ungünstige Wert 5 m gewählt. Die Fehlerkurve für die zu erwartenden Vorhersagefehler bei der MQM beziehen sich dagegen auf $g = 50 \text{ m}$, den Wert, der für die Iso-linienberechnung benutzt worden ist.

Weitere zweckmäßige Kernfunktionen

Aus den Ausführungen geht hervor, daß als Kernfunktionen auch andere Funktionen wählbar sind. Es ist nur zu fordern, daß sich die Matrix der Kernfunktionen invertieren läßt. Zum Beispiel könnte als Kernfunktion die Funktion

$$q_a = \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + g^2}} \quad (47)$$

gewählt werden. Bei Vorhersagen mit dieser Funktion soll von der inversen multiquadratischen Methode gesprochen werden. In der physikalischen Geodäsie entspricht (47) dem Gravitationspotential der Einheitsmassen an den Punkten i und k , wenn für den Glättungsfaktor g der Höhenunterschied

$$g = z_i - z_k \quad (48)$$

eingesetzt wird. In Bild 4 wird für das Anschauungsbeispiel eine Modellierung mit der Kernfunktion (47) für $g = 90 \text{ m}$ gezeigt.

Eine andere Kernfunktion könnte zum Beispiel

$$q_a = \text{Sinc} \left(\frac{\pi}{a} \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2} \right) = \sin \left(\frac{\pi}{a} \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2} \right) \frac{\pi}{a} \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2} \quad (49)$$

sein, wobei $\text{Sinc } x = [\sin x]/x$ ist. Für $a = 90 \text{ m}$ ergeben sich im vorliegenden Beispiel gute Ergebnisse.

Mit der Betrachtung dieser beiden Kernfunktionen sollen diese Ausführungen abgeschlossen werden. Es ist zu erkennen, daß die Auswahl geeigneter Kernfunktionen weiter untersucht werden könnte.

Zusammenfassung

In der Arbeit wird ein Überblick über die Forschungsetappen zur Verallgemeinerung der linearen geostatistischen Vorhersageverfahren gegeben, die mit dem BAYESSchen Kriging einen recht umfassenden Rahmen erhalten haben. Dennoch lassen sie sich als eine Teilmenge der noch allgemeineren Klasse der kernfunktionsbasierten Vorhersageverfahren auffassen, die in der vorliegenden Arbeit so erweitert worden ist, daß künftig auch Gradienten und Co-Variable mit in die Vorhersage einbezogen werden können. In einer Fallstudie zur Multiquadratischen Methode wird auf Unterschiede zwischen kernfunktionsbasierten und geostatistischen Vorhersagen eingegangen. Auf weitere nützliche Kernfunktionen wird hingewiesen. Ein neues Verfahren zur Ableitung der Modellparameter aus Gradienten wird benutzt.

Quellennachweis

1. Menz, J. (1991): Geostatistische Vorhersage des Schichtenverlaufes im Gebirge auf der Grundlage von Bohrungen, Stoßbemusterungen und geophysikalischen Messungen. Essen: *Das Markscheidewesen* 98 (1991), Heft 2, S. 70–73.
2. Menz, J. (1996): Anwendung der Geostatistik zur Gebirgs- und Lagerstättengeometrisierung. Vortrag zum 16. Mintrop-Seminar, Arnsberg-Neheim, 7.–10. 5. 1996, veröffentlicht in „Neue Wege in Exploration und Produktion“. Ruhr-Universität Bochum 1996, S. 13–44.
3. Menz, J. (1997): Markscheiderisch-geologische Komplexauswertung unter geostatistischem Zugang. Teil 1: Aufgabenstellung, Ergebnisse und ihre Bedeutung. Forschungsbericht DFG III 03-Me 1111/2-1, TU Bergakademie Freiberg, Dezember 1997.
4. Menz, J., und Bian, S. (1998): Multiquadratische Methode, Kollokation und Kriging – Vergleiche unter geostatistischen Modellannahmen. Essen: *Das Markscheidewesen* 105 (1998), Heft 3, S. 222–226.

5. Menz, J., und Pilz, J. (1994): Kollokation, Universelles Kriging und BAYESScher Zugang. Essen: *Das Markscheidewesen* 101 (1994), Heft 2, S. 62–66.
6. Menz, J., und Pilz, J. (1997): BAYESSche Kollokation – Äquivalenzen zwischen Ausgleichsrechnung und Geostatistik. Essen: *Das Markscheidewesen* 104 (1997), Heft 3, S. 85–90.
7. Renard, D., und Ruffo, P. (1993): Depth, Dip and Gradient. Geostatistics Troia 92, Vol. 1, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London 1993, S. 167–178.
8. Röttig, A. (1992): Anschauungsbeispiele zur Berücksichtigung von Gradienten bei der geostatistischen Vorhersage. Essen: *Das Markscheidewesen* 99 (1992), Heft 4, S. 324–329.
9. Röttig, A. (1996): Gradientenkriging – eine integrierende geostatistische Methode zur einheitlichen Auswertung von absoluten und relativen Meßdaten. Dissertation, TU Bergakademie Freiberg, 1996.

Kurzmitteilungen**Hochschulschulnachrichten****Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule (RWTH Aachen)****Institut für Markscheidewesen, Bergschadenkunde und Geophysik im Bergbau**

Im akademischen Jahr 1997/98 waren an der RWTH Aachen im Wintersemester 14 (54) und im Sommersemester 11 (53) Studenten im Studiengang Markscheidewesen eingeschrieben. Die eingeklammerte Zahl umfaßt auch die Doktoranden und diejenigen Studenten, die den Studiengang Markscheidewesen als Zweitstudium gewählt haben. Zu Beginn des Berichtszeitraumes schloß J. Stimming sein Studium als Dipl.-Ing. für Markscheidewesen ab.

Personalia

Univ.-Prof. Dr.-Ing. A. Preuß, Assessor des Markscheidefachs, übernahm am 1. Oktober 1997 die Leitung des Instituts. Dr.-Ing. R. Schulte, zuvor Oberingenieur des Instituts, wurde am 21. September 1998 zum Akademischen Rat ernannt. Universitätsprofessor Dr.-Ing. P. Knufinke erhielt zum Wintersemester 1997/98 einen Lehrauftrag für „Instrumentenkunde“ und „Ausgleichsrechnung“. Ein Lehrauftrag für „Innovative geophysikalische Verfahren in Bergbauprojekten“ wurde zum Sommersemester 1998 an Dr. rer. nat. E. Räkert erteilt.

Exkursionen

Im Rahmen der Vorlesung „Markscheidekunde“ erfolgte am 9. Februar 1998 unter der Leitung von Univ.-Prof. Dr.-Ing. A. Preuß eine Exkursion zur Markscheiderlei des Braunkohlentagebaus Garzweiler der Rheinbraun AG. Ebenfalls unter der Leitung von Univ.-Prof. Dr.-Ing. A. Preuß wurden in der Zeit vom 31. August 1998 bis zum 12. September 1998 die University of the Witwatersrand in Johannesburg sowie folgende Bergbaubetriebe besucht:

- ▷ Premier Diamond Mine, Cullinan (Südafrika);
- ▷ Elandsrand Gold Mine, Carletonville (Südafrika);
- ▷ Arnot Colliery, Middelburg (Südafrika);
- ▷ ISCOR Grootegeluk Coal Mine, Ellisras (Südafrika);
- ▷ Wankie Colliery, Hwange (Simbabwe).

Kolloquien, Tagungen, sonstige Veranstaltungen

Während der Versammlung der Bezirksgruppe Rhein des DMV am 3. Dezember 1997 in Aachen wurden folgende Vorträge gehalten:

- ▷ Assessor des Markscheidefachs Dipl.-Ing. S. Asmus, Rheinbraun AG: „Braunkohlenlagerstätte des Abbaufeldes Garzweiler II“;
- ▷ Betriebsdirektor Dipl.-Ing. H. Beißner, Rheinbraun AG: „Garzweiler II – Ein Projekt der Zukunft!“.

Das vom Institut veranstaltete Kolloquium „Exploration 1998 Aachen“ (12. Februar 1998) beinhaltete folgende Vorträge:

- ▷ Dipl.-Ing. W. Müller-Ruhe, Bohrgesellschaft Rhein-Ruhr mbH: „Explorationsbohrungen – Licht im Lagerstättennebel?“;
- ▷ Assessor des Markscheidefachs Dr.-Ing. K.-P. Gilles, Ruhrkohle Bergbau AG: „Entwicklung und Stand der Exploration und Vorfelderkundung in der Ruhrlagerstätte“;
- ▷ Dr. rer. nat. E. Räkert, DMT – GEOTEC: „Bohrlochgeophysik – Anwendungen in Exploration und Geotechnik“;
- ▷ Assessor des Markscheidefachs Dipl.-Ing. S. Asmus, Rheinbraun AG: „Lagerstätten erkundung für den Braunkohlentagebau“.

Ein weiteres Kolloquium mit dem Titel „Der Markscheider im Ausland – Weltenbummler, Aussteiger oder gefragter Spezialist?“ umfaßte die Vorträge:

- ▷ Dr.-Ing. B. Goerlich, Montan Consulting GmbH: „Überblick über bergbauliche Tätigkeitsfelder im internationalen Consulting – Konkurrenzfähigkeit deutscher Bergingenieure im internationalen Vergleich“;
- ▷ Markscheider P. Kraus: „Erfahrungen eines Group Mine Surveyors im südafrikanischen Bergbau – Erfahrungen aus dem Berufsleben eines Markscheiders im Ausland“;
- ▷ Assessor des Markscheidefachs Dr.-Ing. W. Dames, Exploration & Bergbau GmbH: „Markscheiderisches Tagesgeschäft in einem ausländischen Erztagbau“.

Vertreter des Instituts nahmen unter anderem an folgenden Veranstaltungen teil:

- ▷ X^a International Congress of the International Society for Mine Surveying, Fremantle Western Australia, „Mining in the 3rd Millennium“ (2.–6. November 1997);
- ▷ EUR-ACOM-Konferenz „Environmental consequences of the ceasing of coal exploitation“, 17.–19. Dezember 1997 in Oviedo sowie Folgetreffen in Brüssel am 26. März 1998;
- ▷ Tagebautechnische Fachtagung für den Braunkohlenbergbau am 13. Februar 1998, Veranstaltung des Instituts für Bergbaukunde III der RWTH Aachen und des Deutschen Braunkohlen-Industrie-Vereins e. V.;
- ▷ International Conference on Coal-bed-Methane – Technologies of Recovery and Utilization – 27.–29. Mai 1998 Ustron (Polen);